

**POURCENTAGES, SUITES GEOMETRIQUES,
FONCTIONS DEFINIES PAR INTERVALLES
TI 83+, TI 89 ou 92**

Fiche professeur

Classes : (seconde), premières, terminales.

Objectif : proportionnalité, pourcentages, apprentissage de la citoyenneté par la connaissance des règles du crédit, initiation au tableur.

Prérequis math : proportionnalité, (suites géométriques).

Prérequis calculatrice :

Remarques :

- ✓ les élèves ont été préparés à l'écriture de $\text{Prix_ttc} = \text{Prix_ht} \times (1 + \frac{t}{100})$ où t est le taux de TVA,
- ✓ l'exercice est traité en cours, en pêchant au vol les (fausses) réponses des élèves afin de construire ensemble la solution,
- ✓ une dernière question proposée en prolongement ou supplément permet de montrer que si nos problèmes sont compliqués, c'est parce que la réalité qui nous entoure l'est sans doute davantage.

Enoncé :

Une jolie mob est affichée au prix de 13 000 F. Avec 1 000 F en poche c'est un peu cher. Le vendeur très convaincant, propose de s'adresser à une société de crédit bien connue des fidèles clients du magasin de vente par correspondance « Les trois Belges Redoutables », dont la carte « Plein les Poches » permet de demander sous 48 heures un chèque allant jusqu'à 20 000 F. C'est un crédit permanent, dit crédit « revolving », où l'emprunt est remboursable « comme on peut » chaque mois. En petits caractères il est écrit que le TEG est de 17,40 % l'an soit (c'est ce qui est écrit..., avec indication de la légalité de la chose) 1,45 % par mois.

Tu convaincs tes parents d'emprunter 12 000 F et de rembourser 100 F par mois sur ton argent de poche.

Dans combien de mois les remboursements vont se terminer ?

La résolution en quatre temps et trois erreurs :

- La finance, mais c'est très simple !
Nous avons 12 000 F à verser, à 100 F par mois cela fait 1 200 F par ans, comme $12\ 000 / 1\ 200 = 10$, dans **10 ans** j'ai fini. Petite remarque et bonne résolution, « quand j'aurai un peu plus de moyens, je verserai davantage pour rembourser plus vite ».
- La vie ne manque pas d'intérêt :
Il reste 12 000 F à verser, certes, mais aussi les intérêts sur cette somme.
Soit $12\ 000 \times (1+0,174) = 14\ 088$ F. Le même calcul que précédemment donne 11,74 années. Avec $0,74 \times 12 = 8,88$ nous rajoutons donc 9 mois pratiquement. Il faut en définitive **11 ans et 9 mois**.
- Il court il court l'intérêt...
L'intérêt court sur la somme restant due à la fin de chaque période. Il faut donc calculer **par mois** ! et faire un grand nombre de calculs.

Nous pouvons utiliser le tableur de la calculatrice (ci après) ou les suites (plus loin).

TI 83+ :

Passer en **STAT**, s'assurer que rien d'important ne se trouve dans les colonnes L_1 et L_2 de l'éditeur statistique..., les réinitialiser.

L1	L2	L3	Z
12000			

L2="(L1-100)*(1+0.0145)"			

En $L_1(1)$ entrer 12000, en L_2 entrer la formule ENTRE " pour qu'elle s'applique en liant les colonnes L_1 et

L_2 . La formule : $=(L1-100)*(1+0.0145)$.

L1	L2	L3	Z
12000	12073		
12073	12146		
-----	-----		
L2(1)=12072.55			

recopier cette valeur en $L_1(2)$. Ce devrait être unanime, on doit de plus en plus...

Il apparaît 12073 en $L_2(1)$, et la valeur exacte 12072.55 en bas de l'écran. Comme pas tout le monde réagit,

TI 89 :

APPS, **6 Data/Matrix Editor** **New**, donner un nom et deux fois **ENTER**.

F1+ Tools	F2+ Plot Setup	F3+ Cell Header	F4+ Calc	F5+ F6+ Util	F7+ Stat
DATA					
	c1	c2	c3		
1	12000				
2					
3					
4					
c2=(c1-100)*(1+0.0145)					
MAIN	RAD AUTO	SEQ			

En r1c1 mettre 12000, en c2 (là où se trouve écrit c2, avant la première ligne des données) la formule :

$$c2=(c1-100)*(1+0.0145)$$

F1+ Tools	F2+ Plot Setup	F3+ Cell Header	F4+ Calc	F5+ F6+ Util	F7+ Stat
DATA					
	c1	c2	c3		
1	12000	12073.			
2	12073.	12146.			
3					
4					
r1c2=12072.55					
MAIN	RAD AUTO	SEQ			

Il apparaît 12073 en r1c2, et la valeur exacte 12072.55 en bas de l'écran. Comme pas tout le monde réagit, copier (¥6 ¥7) la valeur de r1c2 en r2c1. Comme précédemment (TI 83) ce devrait être unanime, on doit de plus en plus...

- IV. Vingt fois sur le métier remettez votre ouvrage, polissez-le sans cesse et le repolissez. (Boileau)
L'intérêt court sur la somme due à la **fin** de chaque période, ce n'est qu'après que l'on enlève la somme versée. Traitement en tableur : il suffit de changer la place des 100 F dans les formules utilisées.

TI 83 : $L2="L1*(1+0.0145)-100"$.

TI 89 : $c2=c1*(1+0.0145)-100$.

D'où les vraies valeurs, à peine plus élevées que les précédentes, avec la même conclusion...

Traitement en tant que suites géométriques (solution IV. uniquement) :

TI 83+ :

```
Normal Sci Eng
Flott 0123456789
Radian Degré
Fct Par Pol
Reli NonReli
Séquentiel Simul
Réel a+bt re^0i
Plein Horiz G-T
```

Passer en mode **SEQ** ou **Suit** si vous êtes en Français.

```
Graph1 Graph2 Graph3
nMin=1
u(n)=u(n-1)*(1+
0.0145)-100
u(nMin)=12000
v(n)=
v(nMin)=
w(n)=
```

Par **Y=** remplir comme ci-contre.

```
DEFINIR TABLE
DébTbl=1
Pas=1
Valeurs:Auto Dem
Calculs:Auto Dem
```

Puis **TBLSET**.

n	u(n)
1	12000
2	12074
3	12149
4	12225
5	12303
6	12381
7	12460
n=1	

Et le résultat dans **TABLE**.
Remarque : n n'est pas le nombre de mois...

C'est plus impressionnant.

TI 89 : idem 83, passer en mode suite par **MODE** **Graph** **SEQUENCE** et remplir... (écrans ci-dessous).

F1	F2	F3
Page 1	Page 2	Page 3
Graph...	1:FUNCTION	
Current F	2:PARAMETRIC	
Display Di	3:POLAR	
Ans1e....	4:SEQUENCE	
Exponent	5:3D	
Complex	6:DIFF EQUATIONS	
Vector Fo		
Pretty Pr		
Enter=SAVE ESC=CANCEL		
TYPE OR USE <F1> + [ENTER] OR [ESC]		

F1+ Tools	F2+ Zoom	F3+ Plot Setup	F4+ Cell Header	F5+ F6+ Util	F7+ Stat
PLOTS					
✓ u1=u1(n-1)*(1+.0145)-100					
u1=12000					
u2=					
u3=					
u4=					
u1(n)=u1(n-1)*(1+.0145)-100					
MAIN	RAD AUTO	SEQ			
u1(n-1)*(1+0.0145)-100					

F1+ Tools	F2+ Zoom	F3+ Plot Setup	F4+ Cell Header	F5+ F6+ Util	F7+ Stat
TABLE SETUP					
tblStart:	1				
Δtbl:	1				
Graph <-> Table:	OFF				
Independent:	AUTO				
Enter=SAVE ESC=CANCEL					
Define u4(n)=when(u1(n-1)...					
MAIN	RAD AUTO	SEQ			26/30

Le deuxième par **Y=**.
Le troisième par **TBLSET**.

F1+ Tools	F2+ Zoom	F3+ Plot Setup	F4+ Cell Header	F5+ F6+ Util	F7+ Stat
TABLE					
	u1				
1.	12000.				
2.	12074.				
3.	12149.				
4.	12225.				
5.	12303.				
n=1.					
MAIN	RAD AUTO	SEQ			

Et le résultat toujours éloquent, dans **TABLE**.
Remarque : n n'est pas le nombre de mois...

Profiter de cette représentation pour deux petites questions intéressantes :

1. Quelle somme minimale permet le remboursement ?
2. Dans combien de temps se termine le crédit pour un remboursement de 500 F mensuel.

1. La somme minimale correspond **au moins** à l'intérêt de la première période soit $u_1 * 0.0145 = 174$.

F1 Tools	F2 Setup	F3 ZOOM	F4 F1/F2	F5 F3/F4	F6 F5/F6	F7 F7/F8	F8 F9/F10
n	u1						
27.	1793.7						
28.	1319.7						
29.	838.8						
30.	350.97						
31.	-143.9						
n=31.							
MAIN RAD AUTO SEQ							

2. Il suffit de remplacer 100 par 500 dans la formule générale, puis de descendre jusqu'à ce qu'il ne reste rien ou presque à payer. Lire n auquel il faut enlever 1.

Donc 28 mensualités de 500 F et le 29^{ème} mois un versement de 350,97 F.

Dernière question, uniquement pour la TI 89 :

En réalité, le taux de crédit (TEG) est de 1,45 % par mois soit 17,40 % l'an, pour une somme due inférieure à 10 000 F, et de 1,35 % par mois, soit 16,20 % l'an sinon. Combien faut-il de mensualités pour les mêmes conditions que précédemment, ie 12 000 F empruntés, mensualités de 500 F.

F1 Tools	F2 Zoom	F3 F1/F2	F4 F3/F4	F5 F5/F6	F6 F7/F8	F7 F9/F10	F8 F11/F12
+FLOTS							
Plot 1: ddb x:c2 b:1							
✓ u1={u1(n-1)*(1+.0145)-							
u1(n-1)*(1+.0135)-							
u1=12000							
u2=							
u2=							
u1(n)=when(u1(n-1)<10000,...							
MAIN RAD AUTO SEQ							

La réponse est obtenue par l'utilisation de la fonction *when* appliquée aux suites.

La formule :

$\text{when}(u_1(n-1) < 10000, u_1(n-1) * (1 + 0.0145) - 500, u_1(n-1) * (1 + 0.0135) - 500)$.

F1 Tools	F2 Setup	F3 ZOOM	F4 F1/F2	F5 F3/F4	F6 F5/F6	F7 F7/F8	F8 F9/F10
n	u1						
27.	1701.1						
28.	1225.8						
29.	743.55						
30.	254.33						
31.	-242.						
n=27.							
MAIN RAD AUTO SEQ							

Le résultat diffère peu de ce qui précède. Recommencer avec 700 F par exemple.

Remarques :

- ✓ j'avoue avoir caché qu'un minimum mensuel est exigé en fonction de la somme empruntée... à dire bien entendu.
- ✓ On peut être étonné du calcul du taux d'intérêt mensuel par $17,40 / 12 = 0,0145$ par exemple. C'est pourtant ce que font les banques en toute légalité, alors que $1.0145^{12} \approx 1.1886$, pour 100 francs empruntés, on nous prend 18,86 F au lieu des 17,40 F indiqués. Comme disait Coluche, « moins t'as de ronds et plus tu payes »
En profiter pour calculer quel devrait être le véritable taux d'intérêt (par tâtonnement autour de la valeur 0,0145). Nous savons le calculer : $1.174^{1/12} \approx 1.013457$ soit environ 1,35 % par mois.
Les élèves feront des essais du genre $1.0142^{12} = \dots$

Si anciennement on pouvait accepter des divisions au lieu d'extraction de racines, les machines actuelles, les ordinateurs, les logiciels de comptabilités sont capables d'effectuer sans problème ces calculs. Mais ils sont tellement rentables, et pas à notre avantage...